

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике. 2018-19 учебный год.**

4 класс

Время выполнения заданий — 180 минут

Максимальный балл - 100

В каждой из предложенных вам задач нужно написать правильный ответ в бланке для ответов. Если вы хотите исправить свой ответ, следует перечеркнуть ранее написанный и рядом написать новый. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. Никаких решений задач писать не нужно! Вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов, условия задач можно оставить себе. Правильные ответы будут выложены на сайте www.kazan-math.info после олимпиады.

Задача 1. Поставьте один знак «+» или «-» в левой части выражения так, чтобы равенство стало верным: $1\ 1\ 3\ 9\ 6\ 3 = 1076$.

Задача 2. Сумма четырех подряд идущих чисел равна 2018. Какие это числа?

Задача 3. Алексей поменял местами в числе цифру десятков и цифру единиц. Затем он поменял местами цифру единиц и цифру тысяч, и у него получилось число 2018. Какое число было у Алексея сначала?

Задача 4. Во дворе у Ивана живут коровы и утки, всего 23 животных. Сколько у него коров и сколько уток, если общее число ног у всех животных равно 58?

Задача 5. В 4«А» классе 26 учеников. Двоечников и троечников в сумме 10 человек, а 19 детей не имеют двоек вообще. Сколько в этом классе троечников?

Задача 6. У Ани есть 4 карточки, на которых написаны цифры 2, 0, 1, 8. Сколько четырехзначных чисел, меньших 2018, она может составить из этих карточек, используя каждую по одному разу?

Задача 7. Найдите наибольшее четырехзначное число, произведение цифр которого равно 12.

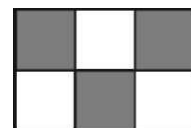
Задача 8. Антон написал на доске 4 натуральных числа: А, Б, В и Г. Известно, что:

- Среди А, Б, В и Г ровно два четных;
- Среди А, Б и В ровно одно четное;
- Среди А, В и Г ровно два нечетных.

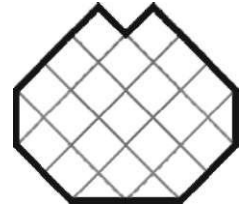
Какие из этих четырех чисел нечетные?

Задача 9. Вера задумала число, разделила его на 10, вычла из полученного числа 7, затем умножила результат на 11, потом прибавила 5 и получила число 2018. Какое число задумала Вера?

Задача 10. Сколько на рисунке изображено квадратов, которые содержат как минимум одну закрашенную клетку?



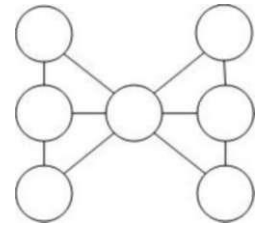
Задача 11. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на шесть равных частей.



Задача 12. Один из четверых детей: Кати, Лены, Миши и Глеба разбил вазу. Миша сказал, что Катя разбила вазу, Катя сказала, что это Лена разбила вазу, Лена и Глеб сказали, что не знают, кто ее разбил. Оказалось, что солгал только тот, кто разбил вазу. Кто разбил вазу? **5 4Ц**

Задача 13. Помогите мышке из левой верхней клетки прийти за сыром в правую нижнюю клетку. Из любой клетки можно переходить только в соседнюю по стороне клетку, нельзя проходить по одной и той же клетке дважды. Цифры по сторонам квадрата показывают количество посещенных клеток в этом ряду (столбце или строке). **2 3 ^ — — 4 |—|**

Задача 14. Тимур записал число 4. Затем он может выполнить в любом порядке следующие действия: 1) прибавить 4; 2) умножить на 4. Известно, что всего он выполнил 4 действия. Сколько различных результатов мог получить Тимур?

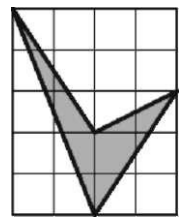


Задача 15. Расставьте в кружочки на рисунке цифры от 1 до 7 (каждую по одному разу) так, чтобы сумма трех цифр на каждой из пяти прямых линий была одна и та же.

**+ сто
сто
сто
ОДИН**

Задача 16. В ребусе одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным буквам — разные цифры. Какое наименьшее значение может принимать число ОДИН?

Задача 17. Найдите в квадратных сантиметрах площадь закрашенной части, если площадь одного квадратика равна 1 см^2 .



Задача 18. Волк, Медведь, Лиса и Заяц решили помериться силой с помощью перетягивания каната. Медведь побеждает Волка в перетягивании каната один на один. Соревнование Лисы и Зайца против Волка и Медведя закончилось вничью. Лиса с Медведем проиграли, соревнуясь против Зайца и Волка. Определите, кто среди зверей самый сильный, кто - на втором месте, кто — на третьем и кто — на четвертом.

Задача 19. Паша, Таня и Аида пришли в столовую. Таня купила пирожок, кекс и 2 сока, Паша взял 4 пирожка, 4 кекса и 9 соков, а Аида купила 2 пирожка, 2 кекса и 2 сока. Таня заплатила 85 рублей, а Паша — 360 рублей. Сколько заплатила Аида?

Задача 20. У мамы есть 4 банана, 3 яблока, 2 груши и 1 апельсин. Сколькими способами она может распределить эти фрукты между двумя сыновьями, если младший сын может съесть только 4 фрукта, а старший — 6 фруктов?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике. 2018-19 учебный год.**

5 класс

Время выполнения заданий — 180 минут

Максимальный балл - 100

В каждой из предложенных вам задач нужно **написать правильный ответ** в бланке для ответов. Если вы хотите исправить свой ответ, следует **перечеркнуть** ранее написанный и рядом написать новый. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. **Никаких решений задач писать не нужно!** Вы сдаете **ТОЛЬКО** бланк ответов, условия задач можно оставить себе. Правильные ответы будут выложены на сайте www.kazan-math.info после олимпиады.

Задача 1. Петя написал на доске число. Маша уменьшила его на 2. Коля уменьшил Машино число еще на 3. Потом они сложили три своих числа и получили 2018. Какое число написал Петя?


Задача 2. Алексей поменял местами в числе цифру десятков и цифру сотен. Затем он поменял местами цифру десятков и цифру единиц. И, наконец, поменял местами цифру единиц и цифру тысяч. В итоге у него получилось число 2018. Какое число было у Алексея сначала?

Задача 3. Встретились 6 девочек и 9 мальчиков. У мальчиков не было конфет, и поэтому каждая девочка подарила каждому мальчику по 7 конфет. После этого у всех мальчиков и девочек стало поровну конфет. Сколько конфет было у каждой девочки изначально?

Задача 4. У Ани есть 4 карточки, на которых написаны цифры 2, 0, 1, 8. Сколько чисел, больших 2018, она может составить из этих карточек, используя каждую по одному разу?

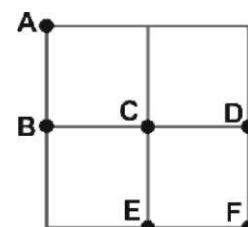
Задача 5. В 5«А» классе двоечников и троечников в сумме 8 учеников, а 23 ученика не имеют двоек вообще. Сколько двоечников в этом классе, если на только четверки и пятёрки учатся 18 человек? _____

Задача 6. Числа 2, 5, 8, 11 и 14 расставлены в пять квадратиков на рисунке так, что сумма трёх чисел по горизонтали равна сумме трёх чисел по вертикали. Какое наибольшее значение может принимать эта сумма? _____

Задача 7. Разрежьте квадрат 7×7 по сторонам клеточек на трёхклеточные и четырёхклеточные уголки:  Фигурки можно поворачивать и переворачивать.

Задача 8. Найдите наибольшее пятизначное число, произведение цифр которого равно 720.

Задача 9. Сколько существует треугольников, вершинами которых являются три из шести отмеченных на рисунке точек?



Задача 10. В кондитерской есть в наличии наборы по 3, по 4 и по 5 пирожных. Всего 25 наборов, в которых 81 пирожное. Сколько может быть наборов по 3 пирожных? Укажите все варианты.

Задача 11. Квадрат разрезали на 6 прямоугольников и 13 квадратиков как показано на рисунке. Периметр одного такого прямоугольника равен 30 см. Чему равна площадь изначального большого квадрата в квадратных сантиметрах?

Задача 12. Расставьте во **всех семи** промежутках между цифрами:

2 2 1 1 2 0 1 8 знаки арифметических действий («+», «-», «x», «/») так, $2\ 2\ 1\ 1\ 2\ 0\ 1\ 8$ чтобы в результате получилось 32. Разрешается использовать скобки.

Задача 13. Алия записала шесть чисел: 1, 3, 5, 7, 9 и 11. Она берёт какие-то два из них и складывает. Сколько различных результатов у нее получится?

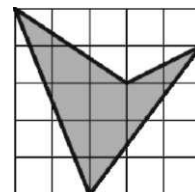
Задача 14. По дороге в одну сторону ехали джип со скоростью 72 км/ч и мотоцикл со скоростью 90 км/ч. На каком расстоянии друг от друга они оказались через 5 минут после того, как мотоцикл догнал джип?

Задача 15. После олимпиады по математике, в которой было 5 задач, четыре участника сказали следующие утверждения:

- Ваня: «Я решил не все задачи».
- Маша: «Я решила все 5 задач».
- Катя: «Я сделала больше 2 задач».
- Дима: «Я решил 2 задачи».

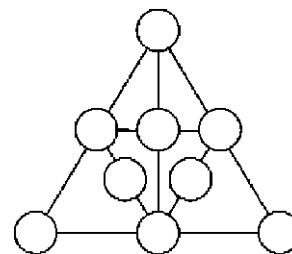
После проверки олимпиады оказалось, что все решили больше 1 задачи, но все решили различное число задач, и только одно из утверждений было правдой. Кто из ребят точно сказал правду?

Задача 16. Тимур записал число 5. Затем он может в любом порядке следующие действия: 1) прибавить 5, 2) умножить на 5. Известно, что каждое из этих действий он выполнил не более двух раз (может быть и ни разу). Сколько различных результатов может получить Тимур?



Задача 17. Найдите в квадратных сантиметрах площадь закрашенной части, если площадь одного квадратика равна 1 см^2 .

Задача 18. Расставьте в кружочки на рисунке цифры от 1 до 9 (каждую по одному разу) так, чтобы сумма трёх цифр на каждой из семи прямых линий была одна и та же.



Задача 19. Дима записал в тетради все нечётные трёхзначные числа. А Надя - все трёхзначные числа, состоящие только из нечётных цифр. Кто записал больше чисел и на сколько?

Задача 20. Есть три бидона, емкостью 12, 8 и 5 литров. 12-литровый бидон полностью наполнен молоком, а другие два — пустые. За какое наименьшее число переливаний с помощью этих ёмкостей можно отмерить в одном из бидонов 6 литров молока?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике. 2018-19 учебный год.**

6 класс

Время выполнения заданий — 180 минут

Максимальный балл - 100

В каждой из предложенных вам задач нужно написать правильный ответ в бланке для ответов. Если вы хотите исправить свой ответ, следует перечеркнуть ранее написанный и рядом написать новый. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. Никаких решений задач писать не нужно! Вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов, условия задач можно оставить себе. Правильные ответы будут выложены на сайте www.kazan-math.info после олимпиады.

Задача 1. Петя написал на доске число. Маша уменьшила его на 20. Коля уменьшил Машино число еще на 18. Потом они сложили три своих числа и получили 2018. Какое число написал Петя?

Задача 2. Прямоугольный сад размерами $50\text{м} \times 10\text{м}$ огорожен забором. Чтобы увеличить площадь сада, использовав тот же самый забор, его сделали квадратным. На сколько квадратных метров увеличилась его площадь?

Задача 3. Числа 2, 5, 8, 11 и 14 расставлены в пять квадратиков на рисунке так, что сумма трёх чисел по горизонтали равна сумме трёх чисел по вертикали. Какое наибольшее значение может принимать эта сумма?

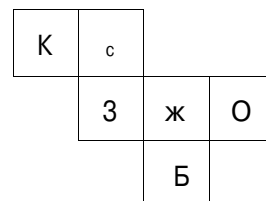
Задача 4. В кондитерской есть в наличии наборы по 3, по 4 и по 5 пирожных. Всего 25 наборов, в которых вместе ровно 81 пирожное. Сколько может быть наборов по 3 пирожных? Укажите все варианты.

II

Задача 5. Разрежьте квадрат 7×7 по клеточкам на фигурки $1-1-1-1$ и $1-1-1-1$.

Задача 6. Рецепт горячего шоколада рассчитан ровно на 5 порций и требует для их приготовления взять 2 плитки шоколада, $\frac{1}{4}$ чашки сахара, одну чашку воды и 4 чашки молока. У Алисы есть 5 плиток шоколада, 2 чашки сахара, много воды и 7 чашек молока. При условии, что она будет соблюдать пропорции ингредиентов по рецепту, какое наибольшее количество **целых** порций горячего шоколада она сможет приготовить?

Задача 7. На рисунке изображена развертка куба, состоящая из 6 квадратиков. Грани покрашены в 6 цветов (К — красный, С — синий, З — зеленый, Ж — желтый, О — оранжевый, Б — белый). После того, как куб будет сложен, какая грань окажется напротив белой?



Задача 8. Вычислить $(0,15 + 1,23 : 3) : (1,73 \cdot 2 - 3,24 : 4 - 1,53) \cdot 6,8 + 1,6$.

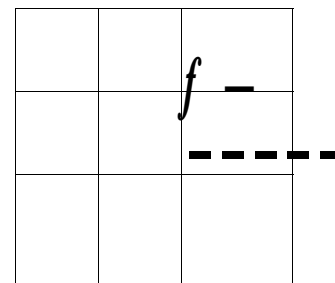
Задача 9. Решите уравнение $((x + 1) \cdot 2 + 3) \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 7 = 301$.

Задача 10. Алия записала шесть чисел: 1, 3, 5, 7, 9 и 11. Она берёт какие-то два из них и складывает. Сколько различных результатов у нее получится?

Задача 11. Фарид расставляет во **всех семи** промежутках между цифрами: 2 2 1 1 2 0 1 8 знаки арифметических действий («+», «-», «x», «^»). Кроме того, он может использовать скобки. После этого он вычисляет полученное выражение. Как ему получить 20?

Задача 12. Сколько существует трёхзначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16?

Задача 13. Найдите площадь закрашенной фигуры, если площадь одной клетки равна 1.



Задача 14. На острове рыцарей (всегда говорят только правду), лжецов (всегда лгут) и хитрецов (чередуют правду и ложь, но неизвестно, с чего начинают) встретились 3 местных жителя — один рыцарь, один лжец и один хитрец — и сделали по два заявления. Первый: «Второй — лжец». «Третий — хитрец». Второй: «Первый — рыцарь». «Третий — рыцарь». Третий: «Первый — лжец». «Второй — хитрец». Определите, кто из них — кто.

Задача 15. Квадрат разрезали на 6 одинаковых прямоугольников и 7 одинаковых квадратиков (см. рисунок). Периметр одного прямоугольника равен 42 см. Чему равна площадь изначального большого квадрата в квадратных сантиметрах?

Задача 16. По дороге в одну сторону ехали джип со скоростью 81 км/ч и мотоцикл со скоростью 99 км/ч. На каком расстоянии друг от друга они оказались через 5 минут после того, как мотоцикл догнал джип?

Задача 17. Дима записал в тетради все нечётные трёхзначные числа. А Надя — все трёхзначные числа, состоящие только из нечётных цифр. Кто записал больше чисел и на сколько?

Задача 18. Есть три бидона, емкостью 12, 8 и 5 литров. 12-литровый бидон полностью наполнен молоком, а другие два — пустые. За какое наименьшее число переливаний с помощью этих емкостей можно отмерить в одном из бидонов 6 литров молока?

Задача 19. Диана выписывает на доску цифры. Сначала она пишет 4, потом 7. После этого каждая следующая цифра равна последней цифре суммы двух предыдущих. То есть, третья цифра равна 1, четвертая — 8 и так далее. Какая цифра будет стоять на 100-м месте?

Задача 20. На столе лежат 900 карточек, пронумерованных числами от 100 до 999. Аня берет вслепую несколько карточек и считает сумму цифр на каждой из них. Какое наименьшее количество карточек ей придется взять, чтобы в любом случае хотя бы три из них имели одинаковую сумму цифр?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике. 2018-19 учебный год.**

7 класс

Время выполнения заданий — 240 минут

Максимальный балл - 100

В каждой из предложенных вам задач нужно написать правильный ответ в бланке для ответов. Если вы хотите исправить свой ответ, следует перечеркнуть ранее написанный и рядом написать новый. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. Никаких решений задач писать не нужно! Вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов, условия задач можно оставить себе. Правильные ответы будут выложены на сайте www.kazan-math.info после олимпиады.

Задача 1. Петя написал на доске число. Маша уменьшила его на 20. Коля увеличил Машино число на 18. Потом они сложили три своих числа и получили 2018. Какое число написал Петя?

Задача 2. Алия записала десять чисел: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 и 19. Она берет какие-то два из них и складывает. Сколько различных результатов у нее получится?

Задача 3. Числа 3, 7, 11, 15 и 19 расставлены в пять квадратиков на рисунке _____ так, что сумма трёх чисел по горизонтали равна сумме трёх чисел по вертикали. Какое наибольшее значение может принимать эта сумма?

Задача 4. В магазине возле школы продаются карандаши. Все они стоят одинаково, и целое число рублей. Несколько семиклассников купили себе по карандашу, в сумме потратив 143 рубля. Потом несколько из 79 шестиклассников тоже купили себе по карандашу, в сумме потратив 195 рублей. На сколько карандашей больше купили шестиклассники?

Задача 5. Рецепт горячего шоколада рассчитан ровно на 5 порций и требует для их приготовления взять 2 плитки шоколада, $\frac{1}{4}$ чашки сахара, одну чашку воды и 4 чашки молока. У Алисы есть 7 плиток шоколада, 2 чашки сахара, много воды и 11 чашек молока. При условии, что она будет соблюдать пропорции ингредиентов по рецепту, какое наибольшее количество **целых** порций горячего шоколада она сможет приготовить?

Задача 6. В кондитерской есть в наличии наборы по 3, по 4 и по 5 пирожных. Всего 30 наборов, в которых вместе ровно 98 пирожных. Сколько может быть наборов по 3 пирожных? Постарайтесь найти все варианты.

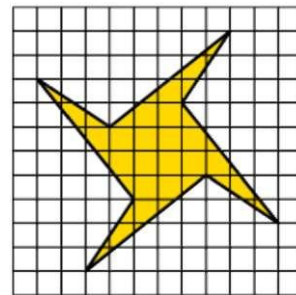
II _____.

Задача 7. Разрежьте прямоугольник 7×5 по клеточкам на фигурки I-I-I-I и I-I-I-I.

Задача 8. Решите уравнение $((x - 1) : 3 - 2 : 3) : 4 + 5 : 4) : 5 = 17/60$.

Задача 9. В компьютерный лагерь в каникулы приехало 20 девочек, 15 мальчиков и 5 преподавателей. Средний возраст девочек равен 15 лет, средний возраст мальчиков — 16 лет, а средний возраст всех 40 человек — 17 лет. Каков средний возраст преподавателей?

Задача 10. Найдите площадь закрашенной фигуры, если площадь одной клетки равна 1.



Задача 11. Сколько существует трёхзначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 48?

Задача 12. Фарид расставляет во **всех семи** промежутках между цифрами: 2 2 1 1 2 0 1 8 знаки арифметических действий («+», «-», «х», «:»). Кроме того, он может использовать скобки. После этого он вычисляет полученное выражение. Какой самый большой результат он сможет получить?

Задача 13. Вычислите

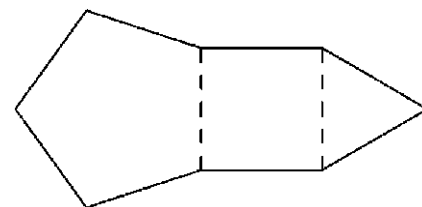
$$(3,6 - 1,475) \cdot \frac{16}{17} + 0,5 - 12 + \frac{12,5}{4,75 + \frac{3}{2}}$$

$$\frac{5}{18} - \frac{1}{2} + \frac{47}{85} + 4 \frac{11}{17}$$

Задача 14. Дима записал в тетради все нечетные четырехзначные числа. А Надя — все четырехзначные числа, состоящие только из нечетных цифр. Кто записал больше чисел и на сколько?

Задача 15. Вычислите $22112018 \times 22112019 - 22112017 \times 22112020$.

Задача 16. Саша нарисовал равносторонний треугольник. Потом он пристроил к одной из его сторон квадрат. Потом он пристроил к противоположной стороне квадрата правильный пятиугольник. Дальше на каждом шаге он строит правильный многоугольник, у которого на одну сторону больше, чем на предыдущем, причем пристраивает его к самой дальней стороне (любой из двух, если их две). После того, как он пристроит правильный десятиугольник, сколько сторон окажется у полученного большого многоугольника?



Задача 17. На острове рыцарей (всегда говорят только правду), лжецов (всегда лгут) и хитрецов (чередуют правду и ложь, но неизвестно, с чего начинают) встретились 3 местных жителя (но совершенно неизвестно, кто) и сделали по два заявления. **Первый:** «Второй — лжец». «Третий — лжец». **Второй:** «Первый — рыцарь». «Третий — рыцарь». **Третий:** «Первый — лжец». «Второй — хитрец». Можно ли определить, кто из них — кто, и если можно, то определите это.

Задача 18. По дороге в одну сторону ехали грузовик со скоростью 50 км/ч, джип со скоростью 65 км/ч и мотоцикл со своей постоянной скоростью. В 12:00 джип догнал грузовик. В 12:10 мотоцикл догнал грузовик, а в 12:15 мотоцикл догнал джип. Какова скорость мотоцикла?

Задача 19. Диана выписывает на доску цифры. Сначала она пишет 8, потом 9. После этого каждая следующая цифра равна последней цифре суммы двух предыдущих. То есть, третья цифра равна 7, четвертая — 6 и так далее. Какая цифра будет стоять на 2018-м месте?

Задача 20. Укажите какие-нибудь два двузначных числа A и B такие, что если A увеличить на B процентов, то получится тот же самый результат, что и если B уменьшить на A процентов.

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2018
год
8 класс

Продолжительность - 4 часа (240 минут).

Максимальный балл - 35

8-1. На именины бабушки Зины пришло 16 гостей. Оказалось, что присутствующие съели 130 конфет, причем девочки съели по 13 штук, мальчики - по 5, взрослые гости - по 4, а сама бабушка Зина - 17. Сколько было среди гостей девочек, мальчиков и взрослых?

8-2. Миша задумал число n и сообщил его 10 друзьям. Первый из них рассказал, что n делится на все числа от 1 до 10, второй объявил, что оно делится на все числа от 2 до 10, третий — на все числа от 3 до 10, и так далее. Наконец, 10-й друг сообщил, что оно делится на 10. Могло ли оказаться, что ровно пятеро друзей сказали правду?

8-3. Нечетные числа m и n взаимно просты. Найдите НОД чисел $m + n$ и $m^2 + n^2$.

8-4. Найти площадь треугольника, медианы которого равны 12, 15 и 9.

8-5. Можно ли на окружности расположить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 так, чтобы сумма любых трёх соседних чисел была больше а) 13; б) 11?

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2018
год
8 класс

Продолжительность - 4 часа (240 минут).

Максимальный балл - 35

8-1. На именины бабушки Зины пришло 16 гостей. Оказалось, что присутствующие съели 130 конфет, причем девочки съели по 13 штук, мальчики - по 5, взрослые гости - по 4, а сама бабушка Зина - 17. Сколько было среди гостей девочек, мальчиков и взрослых?

8-2. Миша задумал число n и сообщил его 10 друзьям. Первый из них рассказал, что n делится на все числа от 1 до 10, второй объявил, что оно делится на все числа от 2 до 10, третий — на все числа от 3 до 10, и так далее. Наконец, 10-й друг сообщил, что оно делится на 10. Могло ли оказаться, что ровно пятеро друзей сказали правду?

8-3. Нечетные числа m и n взаимно просты. Найдите НОД чисел $m + n$ и $m^2 + n^2$.

8-4. Найти площадь треугольника, медианы которого равны 12, 15 и 9.

8-5. Можно ли на окружности расположить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 так, чтобы сумма любых трёх соседних чисел была больше а) 13; б) 11?

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2018
год

9 класс

Продолжительность - 4 часа (240 минут).

Максимальный балл - 35

9-1. Миша задумал трёхзначное число n и сообщил его 10 друзьям. Первый из них рассказал, что n делится на все числа от 1 до 10, второй объявил, что оно делится на все числа от 2 до 10, третий — на все числа от 3 до 10, и так далее. Наконец, 10-й друг сообщил, что оно делится на 10. Миша знает, что из 10 друзей только трое сказали правду. Какое число задумал Миша? Укажите все возможные варианты.

9-2. Число умножили на сумму его цифр. Могло ли в результате получиться число 200 ... 0018 (в записи 100 нулей)?

9-3. Окружности σ_1 и Π_2 пересекаются в точках A и B , причем дуга AB окружности Π_2 делит площадь окружности σ_1 пополам. Доказать, что длина этой дуги больше диаметра окружности σ_1 .

9-4. Аня знает, что на дом задали квадратное уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$. Она вспомнила, какие коэффициенты были у этого уравнения (они все положительны), но не помнит, на каком месте стоял каждый из них. На всякий случай она решила все 6 возможных вариантов уравнения и выписала их корни. Какое наибольшее количество различных чисел могло быть в полученном списке?

9-5. Постройте график соотношения $\min(|x|, |y|) + 2 \max(|x|, |y|) = 1$ (график состоит из всех точек (x, y) , координаты которых удовлетворяют уравнению).

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2018
год

9 класс

Продолжительность - 4 часа (240 минут).

Максимальный балл - 35

9-1. Миша задумал трёхзначное число n и сообщил его 10 друзьям. Первый из них рассказал, что n делится на все числа от 1 до 10, второй объявил, что оно делится на все числа от 2 до 10, третий — на все числа от 3 до 10, и так далее. Наконец, 10-й друг сообщил, что оно делится на 10. Миша знает, что из 10 друзей только трое сказали правду. Какое число задумал Миша? Укажите все возможные варианты.

9-2. Число умножили на сумму его цифр. Могло ли в результате получиться число 200 ... 0018 (в записи 100 нулей)?

9-3. Окружности σ_1 и Π_2 пересекаются в точках A и B , причем дуга AB окружности Π_2 делит площадь окружности σ_1 пополам. Доказать, что длина этой дуги больше диаметра окружности σ_1 .

9-4. Аня знает, что на дом задали квадратное уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$. Она вспомнила, какие коэффициенты были у этого уравнения (они все положительны), но не помнит, на каком месте стоял каждый из них. На всякий случай она решила все 6 возможных вариантов уравнения и выписала их корни. Какое наибольшее количество различных чисел могло быть в полученном списке?

9-5. Постройте график соотношения $\min(|x|, |y|) + 2 \max(|x|, |y|) = 1$ (график состоит из всех точек (x, y) , координаты которых удовлетворяют уравнению).

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2018
год
10 класс

Продолжительность - 4 часа (240 минут).

Максимальный балл - 35

10-1. Петя задумал трёхзначное число n и сообщил его 10 друзьям. Первый из них рассказал, что n делится на все числа от 1 до 10, второй объявил, что оно делится на все числа от 2 до 10, третий — на все числа от 3 до 10, и так далее. Наконец, 10-й друг сообщил, что оно делится на 10. Могло ли оказаться, что хотя бы четверо друзей оказались правы?

10-2. Числа m и n взаимно просты. Каким может быть НОД чисел $m + n$ и $m^2 + n^2$?

10-3. а) В окружность вписан многоугольник с $n = 2017$ сторонами. Известно, что все его углы равны. Будут равными его стороны? б) Тот же вопрос, если $n = 2018$.

10-4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $\sin^7 x + 2\sin^6 x \cos x + 3\cos^7 x$.

10-5. Пусть a, b, c и d — действительные числа и $abcd = 1$. Докажите неравенство:

$$ab + be + cd + da < a^{\frac{1}{7}} + b^{\frac{1}{7}} + c^{\frac{1}{7}} + d^{\frac{1}{7}}$$

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2018
год
10 класс

Продолжительность - 4 часа (240 минут).

Максимальный балл - 35

10-1. Петя задумал трёхзначное число n и сообщил его 10 друзьям. Первый из них рассказал, что n делится на все числа от 1 до 10, второй объявил, что оно делится на все числа от 2 до 10, третий — на все числа от 3 до 10, и так далее. Наконец, 10-й друг сообщил, что оно делится на 10. Могло ли оказаться, что хотя бы четверо друзей оказались правы?

10-2. Числа m и n взаимно просты. Каким может быть НОД чисел $m + n$ и $m^2 + n^2$?

10-3. а) В окружность вписан многоугольник с $n = 2017$ сторонами. Известно, что все его углы равны. Будут равными его стороны? б) Тот же вопрос, если $n = 2018$.

10-4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $\sin^7 x + 2\sin^6 x \cos x + 3\cos^7 x$.

10-5. Пусть a, b, c и d — действительные числа и $abcd = 1$. Докажите неравенство:

$$ab + be + cd + da < a^{\frac{1}{7}} + b^{\frac{1}{7}} + c^{\frac{1}{7}} + d^{\frac{1}{7}}$$

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2018 год
11 класс

Продолжительность - 4 часа (240 минут).

Максимальный балл - 35

11-1. Числа x_1 и x_2 - различные корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, а $x_1 + 1$ и $x_2 + 1$ - корни уравнения $x^2 - p^2x + qp = 0$. Найдите p и q .

11-2. Пете и Коле дали два одинаковых картонных треугольника. Каждый из них разрезал свой треугольник на два равных треугольника. Могут ли полученные ими части быть разными?

11-3. Две окружности a и p касаются внутренним образом в точке A . Через точку M окружности a проведена хорда MN , касающаяся окружности в точке B . Прямая AB пересекает окружность a в точке T (отличной от A). Докажите, что $MT = NT$.

11-4. Предположим, что шахматный конь ходит буквой "Г" но не на 2 и 1 клетки, а на $n + 1$ и n клеток. За какое наименьшее число ходов он попадет на соседнюю клетку, находясь на бесконечной доске?

11-5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $\sin x + 10 \sin x \cos x - 23 \cos x$.

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике 2018 год
11 класс

Продолжительность - 4 часа (240 минут).

Максимальный балл - 35

11-1. Числа x_1 и x_2 - различные корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, а $x_1 + 1$ и $x_2 + 1$ - корни уравнения $x^2 - p^2x + qp = 0$. Найдите p и q .

11-2. Пете и Коле дали два одинаковых картонных треугольника. Каждый из них разрезал свой треугольник на два равных треугольника. Могут ли полученные ими части быть разными?

11-3. Две окружности a и p касаются внутренним образом в точке A . Через точку M окружности a проведена хорда MN , касающаяся окружности в точке B . Прямая AB пересекает окружность a в точке T (отличной от A). Докажите, что $MT = NT$.

11-4. Предположим, что шахматный конь ходит буквой "Г" но не на 2 и 1 клетки, а на $n + 1$ и n клеток. За какое наименьшее число ходов он попадет на соседнюю клетку, находясь на бесконечной доске?

11-5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $\sin x + 10 \sin x \cos x - 23 \cos x$.